الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان شهادة التعليم المتوسط — دورة : **2017**

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : ساعتان

الجزء الأول : (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

A ، B عددان حقيقيان حيث : $A = \sqrt{108} - \sqrt{12}$ ، $B = \frac{3}{2\sqrt{3}}$.

1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .

2) اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

3) بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C = (A+1)(8B-1)$.

التمرين الثاني : (03 نقاط)

لتكن العبارة P حيث : $P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$

1) انشر وبسط العبارة P.

2) حلل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المعادلة : $(3x+3)(-1-3x) = 0$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, I, J) .

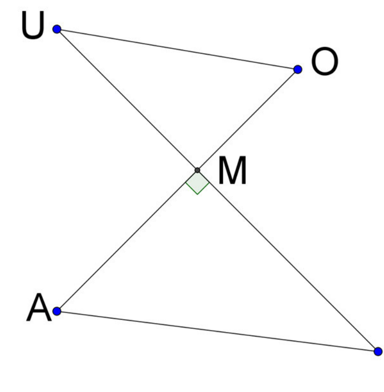
1) علّم النقط : $A(0;4)$ ، $B(-3;1)$ ، $C(5;-1)$

2) احسب إحداثيتي النقطة E منتصف القطعة $[BC]$.

3) أنشئ النقطة D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته 180^0 ثم استنتج إحداثيتي D

4) بين أن الرباعي $ABDC$ مستطيل.

التمرين الرابع: (نقطتان)



الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي الميليمتر)

$MA = 27$ ، $MO = 21$ ، $MI = 36$ ، $MU = 28$

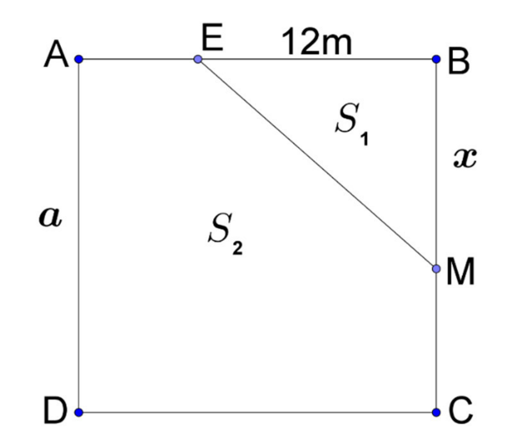
1) بين أن المستقيمين (AI) و (OU) متوازيان.

2) احسب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة) .

الجزء الثاني : (08 نقاط)

المسألة:

$ABCD$ قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها $324\ m^2$ ملك للأخوين أحمد وفاطمة ومجزأة حسب المخطط المقابل.



الجزء الأول:

1) احسب a طول ضلع هذه القطعة.

2) M نقطة متحركة على الضلع $[BC]$ حيث: $BM = x$

E نقطة من $[BA]$ حيث : $BE = 12\ m$.

الجزء EBM تملكه فاطمة والجزء $AEMCD$ يملكه أحمد.

أ) ليكن S_1 مساحة الجزء EBM و S_2 مساحة الجزء $AEMCD$

- اكتب بدلالة x كلاًّ من المساحتين S_1 و S_2

ب) ساعد الأخوين على تحديد موضع النقطة M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة.

الجزء الثاني:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, I, J) .

1) مثل بيانيا الدالتين f و g حيث:

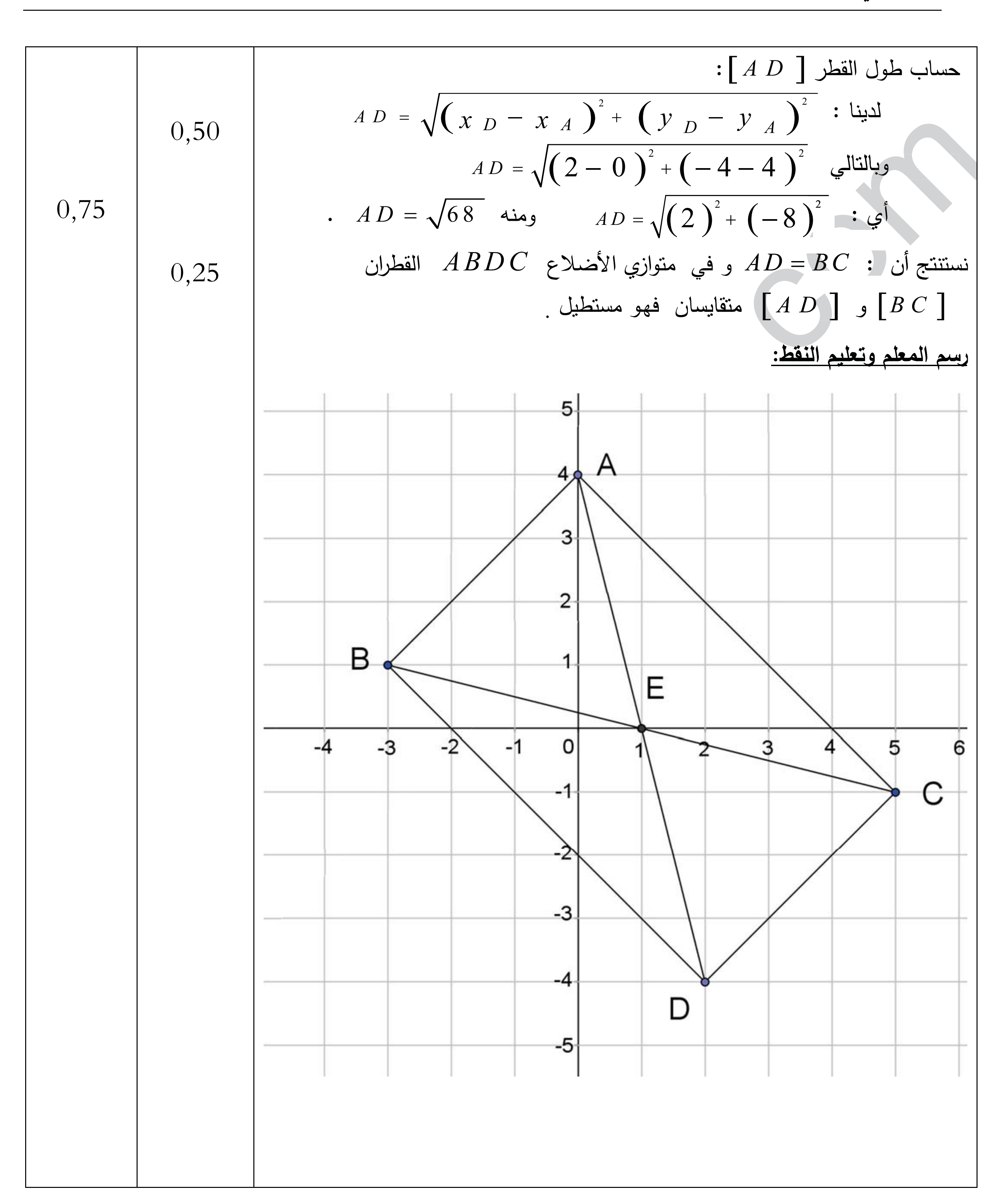
$$g(x) = -6x + 324 \quad ، \quad f(x) = 12x$$

(**نأخذ:** **1 cm** على محور الفواصل يمثل **2 m** و **1 cm** على محور التراتيب يمثل **36 m^2**)

2) بقراءة بيانية فسر مساعدتك السابقة للأخوين حول تحديد موضع النقطة M مع إيجاد مساحة كل من القطعتين.

عناصر الإجابة النموذجية	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: (03 نقاط)		
1) كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي . لدينا $A=\sqrt{108}-\sqrt{12}$ ومنه $A=\sqrt{36\times3}-\sqrt{4\times3}$ وعليه $A=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}$ أي $A=(6-2)\sqrt{3}$ وبالتالي $A=4\sqrt{3}$	$0,25\times4$	1
2) كتابة العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق : لدينا : $B=\frac{3}{2\sqrt{3}}$ ومنه $B=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ وعليه $B=\frac{3\sqrt{3}}{2\times3}$ أي $B=\frac{3\sqrt{3}}{6}$ وبالتالي : $B=\frac{\sqrt{3}}{2}$.(طريقة أخرى : نعوض 3 بـ : $\sqrt{3}\times\sqrt{3}$ ثم نُبسط)	$0,25\times4$	1
3) نبين أن العدد C هو عدد طبيعي : لدينا $C=(A+1)(8B-1)$ ومنه $C=\left(4\sqrt{3}+1\right)\left(8\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)$ أي $C=\left(4\sqrt{3}+1\right)\left(4\sqrt{3}-1\right)$ وبالتالي $C=\left(4\sqrt{3}\right)^2-1^2$ ومنه $C=47$ (إذن C عدد طبيعي)	$0,25\times4$	1
التمرين الثاني: (03 نقاط)		
1)نشر وتبسيط العبارة P : لدينا $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$ ومنه $P=\left[1\times(3x+3)-3x\times(3x+3)\right]-6x-6$ وعليه $P=3x+3-9x^2-9x-6x-6$ أي $P=-9x^2-12x-3$.	$0,50+0,25$ $0,25$	1
2) تحليل العبارة P : لدينا : $P=(1-3x)(3x+3)-2(3x+3)$ ومنه $P=(3x+3)\left[(1-3x)-2\right]$ وعليه $P=(3x+3)(-3x-1)$	$0,50\times2$	1
3) حل المعادلة : $(3x+3)(-1-3x)=0$ معناه : $3x+3=0$ أو $-3x-1=0$ أي $3x=-3$ أو $-3x=1$ ومنه $x=-1$ أو $x=\frac{-1}{3}$ إذن للمعادلة حلاّن هما : -1 و $\frac{-1}{3}$.	$0,25$ $0,25\times2$ $0,25$	1

عناصر الإجابة النموذجية	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الثالث :(04 نقاط)		
1) رسم المعلم وتعليم النقط الثلاثة (لاحظ الشكل أدناه)	0,25×4	1
2) حساب إحداثيتي E منتصف $[BC]$ لدينا: $E\left(\frac{x_B+x_C}{2}\ ;\ \frac{y_B+y_C}{2}\right)$ أي $E\left(\frac{(-3)+5}{2}\ ;\ \frac{1+(-1)}{2}\right)$ ومنه $E(1\ ;\ 0)$	0,25×3	0,75
3) إنشاء النقطة D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$.	0,25	
– استنتاج إحداثيتي D : بما أن D صورة النقطة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته $180°$ فإن النقطتين A و D متناظرتان بالنسبة إلى E ، و منه $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$ لدينا $\overrightarrow{AE}\ (x_E-x_A\ ;\ y_E-y_A)$ ومنه $\overrightarrow{AE}\ (1-0\ ;\ 0-4)$ وعليه $\overrightarrow{AE}\ (1\ ;\ -4)$ ولدينا $\overrightarrow{ED}\ (x_D-x_E\ ;\ y_D-y_E)$ ومنه $\overrightarrow{ED}\ (x_D-1\ ;\ y_D-0)$ بما أن $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$ فإن : $x_D-1=1$ و $y_D-0=-4$ ومنه $x_D=2$ و $y_D=-4$ أي $D\ (2\ ;\ -4)$ ملاحظة : (يمكن اعتماد طريقة حساب إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم)	0,50	0,75
4) نبيّن أن الرباعي $ABDC$ مستطيل . لدينا E منتصف $[BC]$ من المعطيات . و E منتصف $[AD]$ لأن D صورة A بالدوران الذي مركزه E وزاويته 180^0 ، إذن الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع (القطران متناصفان)	0,25	
حساب طول القطر $[BC]$: لدينا : $BC=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$ وبالتالي $BC=\sqrt{(5-(-3))^2+(-1-1)^2}$ أي : $BC=\sqrt{(8)^2+(-2)^2}$ ومنه $BC=\sqrt{68}$.	0,50	0,75



العلامة المجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة
0,75	0,50	حساب طول القطر $[AD]$: لدينا : $AD=\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2}$ وبالتالي $AD=\sqrt{(2-0)^2+(-4-4)^2}$ أي : $AD=\sqrt{(2)^2+(-8)^2}$ ومنه $AD=\sqrt{68}$.
	0,25	نستنتج أن : $AD=BC$ و في متوازي الأضلاع $ABDC$ القطران $[BC]$ و $[AD]$ متقايسان فهو مستطيل .
		رسم المعلم وتعليم النقط:

عناصر الإجابة النموذجية	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (نقطتان)		
1) نبيّن أن $(AI)//(UO)$		
لدينا : $\frac{MO}{MA}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$ و $\frac{MU}{MI}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$	0,25×3	1
نستنتج أن : $\frac{MU}{MI}=\frac{MO}{MA}$		
و حسب النظرية العكسية لنظرية طالس فإن $(AI)//(UO)$	0,25	
(ملاحظة : ترتيب النقط محقق في الشكل المعطى)		
2)حساب قيس الزاوية $\widehat{AIM}$.		
لدينا في المثلث AIM القائم في M ، $\tan\widehat{AIM}=\frac{AM}{MI}$	0,25	
ومنه $\tan\widehat{AIM}=\frac{27}{36}$ أي $\tan\widehat{AIM}=0,75$	0,25	1
باستعمال الحاسبة العلميّة نجد : $\widehat{AIM}=36,869...$	0,25×2	
إذن : $\widehat{AIM}=37^0$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة).		

المسألـة : (08 نقاط)

الجزء الأول:

1) حساب a طول ضلع القطعة

بما أن مساحة المربع $ABCD$ هي : $S=a^2$ أي $a^2=324$ وعليه

$a=\sqrt{324}$ و بالتالي $a=18$ ، طول ضلع القطعة هو $18\,m$

2) أ) كتابة المساحتين S_1 و S_2 بدلالة x .

لدينا $S_1=\dfrac{EB\times BM}{2}$ أي $S_1=\dfrac{12\times x}{2}$

وبالتالي : $S_1=6x$. (S_1 مقدرة بـ : m^2)

ولدينا: $S_2=324-S_1$ ومنه $S_2=324-6x$ (S_2 مقدرة بـ : m^2)

ب) تحديد موضع M بحيث تكون مساحة قطعة أحمد ضعف مساحة قطعة فاطمة

لدينا $S_2=2\,S_1$ ومنه $324-6x=2\times 6x$ وعليه

$12x+6x=324$ أي $18x=324$

إذن $x=18$ (الوحدة هي m) وبالتالي النقطة M تنطبق على النقطة C .

الجزء الثاني:

1) التمثيل البياني للدالة الخطية f هو المستقيم الذي يشمل النقطتين :

مبدأ المعلم $O(0;0)$ و النقطة $K(12;144)$

التمثيل البياني للدالة التآلفية g هو المستقيم الذي يشمل النقطتين

$E(0;324)$ و $F(15;234)$.

(**ملاحظة :** تُقبل أي نقطتين من التمثيل البياني لكل من الدالتين)

2) التفسير البياني و إيجاد المساحتين :

التمثيلان البيانيان للدالتين f و g يتقاطعان في النقطة $G(18;216)$

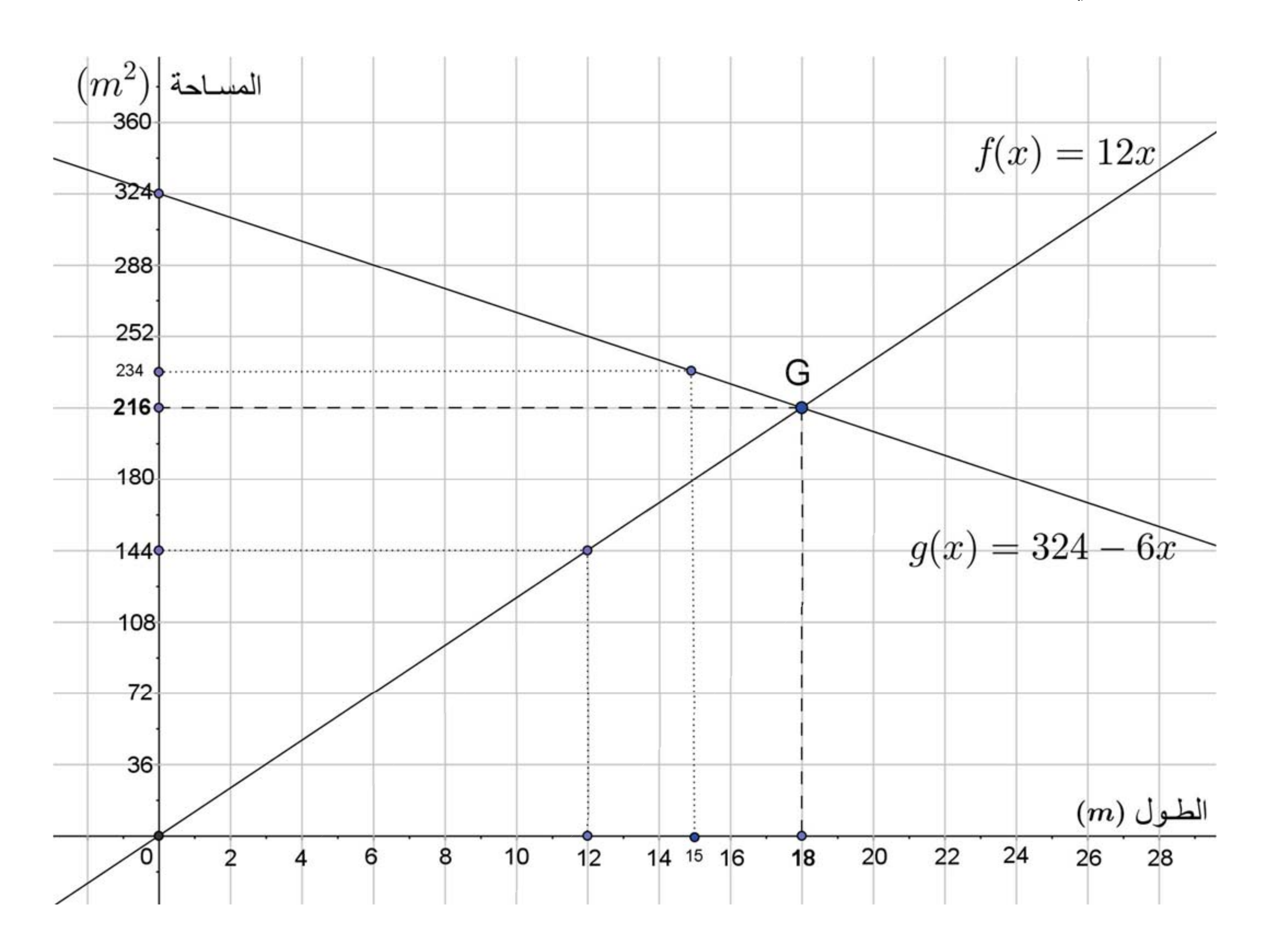
لدينا : $f(x)=2\,S_1$ و $g(x)=S_2$ ومن أجل $x=18$ فإن

$f(x)=g(x)$ أي $2\,S_1=S_2$ ومن التمثيل البياني فإن $g(18)=216$

أي $S_2=216$ وعليه فإن $2\,S_1=216$ ومنه $S_1=108$

إذن : مساحة القطعة التي يملكها أحمد هي $216\,m^2$ ومساحة القطعة التي تملكها أختُه فاطمة هي $108\,m^2$

التمثيل البياني



المسألة	السؤال	المعيار	المؤشرات	التنقيط	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
الجزء الأول	1	م1	– معرفة مساحة مربع . – كتابة المعادلة التي تسمح بإيجاد العدد a .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,50 إن وفق في المؤشرين	0,50	1
		م2	– كتابة المعادلة $a^2 = 324$. – حل المعادلة $a^2 = 324$ بشكل صحيح . – إيجاد قيمة a بشكل صحيح .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,50	
	2	م1	– كتابة العبارة التي تسمح بحساب S_1 . – كتابة العبارة التي تسمح بحساب S_2 – ترييض الوضعية للتعبير عن S_2 بدلالة S_1 – كتابة المعادلة للتعبير عن S_2 بدلالة S_1 .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,75 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل	1,25	2,50
		م2	– التعبير الصحيح عن S_1 بدلالة x . – التعبير الصحيح عن S_2 بدلالة x . – كتابة $S_2 = 2S_1$. – حل المعادلة التي تسمح بتحديد موضع M بشكل صحيح .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,75 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل	1,25	
الجزء الثاني	1	م1	– إنشاء المعلم المناسب – اختيار نقطتين لتمثيل الدالة f . – تمثيل الدالة f . – اختيار نقطتين لتمثيل الدالة g . – تمثيل الدالة g .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,75 إن وفق في مؤشرين 1,25 إن وفق في ثلاثة مؤشرات على الأقل	1,25	2
		م2	– تمثيل f بشكل صحيح . – تمثيل g بشكل صحيح .	0,50 إن وفق في مؤشر واحد 0,75 إن وفق في المؤشرين	0,75	
	2	م1	– تعيين نقطة التقاطع بيانيا. – إيجاد إحداثيتي نقطة التقاطع. – معرفة العلاقة بين $f(x)$ و S_1 والعلاقة بين $g(x)$ و S_2 .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,50	1
		م2	– التعيين الصحيح لنقطة التقاطع . – إيجاد إحداثيتي نقطة التقاطع بشكل صحيح – كتابة $f(x) = 2S_1$ و $g(x) = S_2$. – إيجاد المساحتين بشكل صحيح .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,50	
كل المسألة		م3	– التسلسل المنطقي . – معقولية النتائج. – احترام وحدات القياس .	0,50 إن وفق في مؤشر واحد 1,00 إن وفق في مؤشرين على الأقل	1	1
		م4	– المقروئية . – عدم التشطيب وصياغة النتائج بوضوح. – التمثيلات البيانية دقيقة .	0,25 إن وفق في مؤشر واحد 0,50 إن وفق في مؤشرين على الأقل	0,50	0,50

م1 : التفسير السليم للوضعية ؛ م2 : الاستعمال السليم للأدوات الرياضية ؛ م3 : انسجام الإجابة ؛ م4 : الإتقان